

數學之路上做學生的嚮導

翁秉仁 老師

小檔案

- 系 所 理學院數學系
- 專 長 雙曲群論、結論、低維拓樸
- 教授科目 微積分、線性代數、高等微積分、幾何學、流形導論、代數拓樸學、微分拓樸學、李群
- 學 歷 國立臺灣大學數學系學士
美國聖地牙哥加利福尼亞大學數學系博士
- 現 職 臺灣大學數學系副教授
- 榮譽紀事 國立臺灣大學教學傑出教師（二度獲獎）

臺大出版中心
NATIONAL TAIWAN UNIVERSITY PRESS



採訪撰稿／廖昱涵
攝影／楊文卿

臺大出版中心
NATIONAL TAIWAN UNIVERSITY PRESS



老師的角色像導覽風景的嚮導，學生還是得親身走完這趟旅程。更何況嚮導就只是嚮導，而每一個人都有自己想看的風景。



■ 翁秉仁辦公室內，可以看到滿滿的科普書籍。（楊文卿／攝影）

講到數學，或許會讓許多人開始頭疼，想起在國高中時期總是解不完的習題。但臺大數學系教授翁秉仁的「微積分乙」，卻在批踢踢實業坊（PTT）課程版上，引起一系列好評；學生多稱讚這是一堂既扎實、又不會負擔過度的課程。

備受苦惱的科目，卻又很受學生歡迎，皆與翁秉仁的教育理念有關。故事該從近年的數學教育說起。

數學的壞記憶橡皮擦

講起數學教育，翁秉仁苦笑幾聲、問到：「你讀國高中時，有讀過課本嗎？」原來，現在的國高中教師大多以講義、參考書，取代被認為相對「簡單」的課本，應付升學考試。翁秉仁則擔心，這將破壞數學的學習脈絡，學生根本不知道一直算題目有何意義。

翁秉仁說，學校所教的數學跟現實生活完全無關，數學成了沒有用的東西。大人只是逼學生一

直做題目，還說不這樣就考不上好學校。「如果學數學只剩這理由，我想任何人都會覺得很痛苦吧。」翁秉仁皺了皺眉頭。

然而，國高中的教育，跟一名大學教授有什麼關係？

翁秉仁說他剛開始是教「微積分甲」，主授對象為理工科學生。他一路教下來如同在教數學系學生般，沒遇到什麼困難，甚至可以帶到比較深刻有趣的題材。直到偶然接下「微積分乙」，顧名思義是非理工科的學生。甲、乙一字之差，學生程度和面對數學的心態卻相當不同。他這才猛然驚覺：「原來還有一群很不一樣的學生。」

「無法學好數學的人並不多，一般人大多可以學到某種程度。卻因為受到某種扭曲，才那麼排斥數學。」藉由短短一學年的課程，他並不奢望能夠「翻轉」，只盼能重新喚回這群人對數學的好感就夠了。



■ 翁秉仁的微積分講義已集結成書。(楊文卿／攝影)

 臺大出版中心
NATIONAL TAIWAN UNIVERSITY PRESS



■ 翁秉仁認為數學並非一味地死算。
(楊文卿／攝影)

「對我來說，就是有挑戰性，可以做做看。」翁秉仁靦腆地說道。

以理解思考取代理頭苦算

面對這群對數學莫名抗拒的學生，翁秉仁用了最實在也最根本的方式，就是從他們的角度出發，讓他們盡量看到何謂真正的數學。

對於拚命地「算」數學一事，翁秉仁搖了搖頭表示，計算雖是數學最基礎的工夫，卻也最枝節。「隱藏在公式背後的意義，才是最重要的。」翁秉仁說。

「有時就連數學系的學生學數學，很多也只是把書上寫的證明讀一遍，檢查邏輯的完整性。」對於這樣的現象，翁秉仁並不認同。他認為，這和只曉得計算的同學，也只是五十步和一百步的差別。在這種數學學習裡，學生未必懂得定理背後的深層涵義；而這個深層涵義，才是數學。

翁秉仁希望學生盡量「理解」每個公式和定理背後，都有自然的想法。他說，那些看起來零散

的公式計算，只是這個核心想法的展現或應用。弄清楚核心的原理，提綱挈領，旁邊的分支就比較不會是問題。

學生到了大學才學習理解數學，尤其又是微積分這種並不容易的學科或許晚了點。翁秉仁還是想試試，看能不能協助學生學習到某種程度。

給學生釣竿 激發成就感

翁秉仁說，其實他不算是天生熱血、特別嚮往當老師的人。但是或許天生比較有同理心，也喜歡與人討論事物、分享所得。因此老師之路，走得挺有樂趣，並不辛苦。

「學生問問題，我通常不直接告訴學生答案，這是最不願意做的事情。」翁秉仁會要求學生先講一遍自己的想法，大概了解學生的困難後，提示關鍵的概念，要學生想想。「學生一旦靠自己領悟了，都會很高興，因為是自己想出來的，這也是學數學時最美好的經驗。」翁秉仁露出了欣慰的神情。

雙主修大氣和數學系的洪智捷就常找翁秉仁問問題，有時候甚至整個課間下課都在討論。他說：「有時我很好奇自己的做法到底哪裡行不通，老師會很有耐心帶著我做一遍，讓我看到哪裡會出錯。」在學生想通前絕對不會先說答案，而是慢慢地引導他們，這就是翁秉仁堅持。



洪智捷說，他轉來數學系和翁秉仁沒有任何關係，但是因為上了翁秉仁的課，第一次發現數學可以這樣學。在他印象所及的課程裡，學數學不外乎就是「定理、證明」的無限迴圈，很容易淪於沉悶。現在他已知道，原來數學也可以用思考、討論建立起來。「這樣上課效率很高，但也真的很辛苦，老師一定要花很多時間備課。」洪智捷語帶敬意地說。

就讀護理系大二的謝正慈也說，由於是轉學生，曾在之前的學校上過微積分，留下不好的回憶。但上了翁秉仁的課後，對於數學有了新的認識，不再害怕數學。同時，翁秉仁在課程中所舉的實例，也讓她知道微積分和所念的護理有什麼關聯，對專業有了更進一步的幫助。她開心地說：「好感動，終於知道系上為什麼要把這個科目列為必修。」

課外忙科普 不遺餘力

翁秉仁曾參與高中課綱修訂，後來因為「建構式數學」，也持續參與國中、小學數學課綱的訂定。他持續為數學課綱出力，雖是大學教授，但秉持著數學教育需要從小開始的理念，一直努力到現在。

「課綱是教育的目標，但是老師怎麼教，完全是另一件事。對我們這些訂定課綱的人來說，就是至少護著根本。」翁秉仁也笑著問：「這樣說會不會有點悲觀？」

臺大出版中心
NATIONAL TAIWAN UNIVERSITY PRESS



■ 翁秉仁編輯的《數理人文》雜誌。(楊文卿／攝影)

「像翁老師這樣，會願意花心力在教育、尤其是大學以外的教育，這種老師比較少。我也希望能變成像他這樣。」目前，齊震宇利用週末向高中生推廣數學教育、舉辦營隊，部分正是受到翁秉仁的啟發。

美國猶他大學教授李元斌也說，當年還只是學生，臺大也尚未設立教學獎項。那個時候的翁秉仁，就非常願意幫助學生，課程中也很為學生著想，私下更參與課綱編纂、科普雜誌編輯。對他而言，翁秉仁早已是實至名歸的傑出教師。

也因為翁秉仁的初心不會被結果打敗，只要他認為重要的事，就會去執行。翁秉仁的辦公室中除了數學書籍之外，還堆滿了科普雜誌、數學系史料，桌上有編輯的《數理人文》雜誌、翻譯書稿、數學教育課綱……等；翁秉仁搔搔頭，謙虛地說自己都在忙些「有的沒的」。

然而，這些翁秉仁口中所謂「有的沒的」，卻全都看在學生的眼中，並產生潛移默化的影響。

臺大數學系助理教授齊震宇曾是翁秉仁學生，他還深深記得翁秉仁在二十多年前，號召同學一起架設「數學知識網站」，當時就對翁秉仁推廣數學教育的活力相當佩服。他說：

臺大出版中心
NATIONAL TAIWAN UNIVERSITY PRESS



■ 翁秉仁在課程之外，和學生建立數學知識網站。（數學知識網站／提供）

嚮導教學觀 誨人不倦

從學生的好評、教學意見，甚至學生的成就，翁秉仁的願望似乎算是成功了。但他仍謙虛地說：「學生的成就靠的絕對是自己的努力和準備，我或許只是在恰當的時機，從側面幫了一些忙。」翁秉仁不認為得到這個獎就表示自己的教法比較好。

翁秉仁認為，數學由於概念抽象，必須由學習者自己去建構本身的數學觀，是一個「師父領進門，修行在個人」的學科。因此，他扮演的只是一個嚮導的角色：「老師的角色像導覽風景的嚮導，學生還是得親身走完這趟旅程。」翁秉仁說。

「更何況，嚮導只是嚮導，每一個人都有自己想看的風景。」他說。他只負責帶領學生

臺大出版中心
NATIONAL TAIWAN UNIVERSITY PRESS

體會數學的美妙、鞏固基礎，剩下的還是需要靠學生自己走完。

「所以我的學生若有什麼成就，絕對是他們自己努力的成果，跟我其實沒有很大的關係。」翁秉仁又強調一次。顯然在他眼中，師生比較接近「友多聞」的朋友，而不是傳統的上下階層關係。

談到這次得到教學傑出教師，「我總覺得不是很踏實。」翁秉仁皺了皺眉。在他的認知中，自己雖然做過很多事情，但就是在當下自然而然後出來的。他不太會去回顧過去，更多時候，他總是在想未來該再做點什麼。

翁秉仁爽朗地說，如果教的東西自己覺得有趣，在教書的過程中，自然就會體現那種感覺，並感染給學生。「數學中就充滿了這種樂趣。」翁秉仁說。

而就是這股看似簡單、實際上相當難維持的熱忱，不停地驅使翁秉仁，不間斷地致力於數學教育。



■ 翁秉仁近期也在整理數學系系史。(楊文卿／攝影)